ISSN: 2087-0922
Vol. 1 No. 1 Juni 2010

PROSIDING

Seminar Nasional Sains dan Pendidikan Sains

Bidang:

☐ Fisika ☐ Kimia ☐ Matematika

☐ Pendidikan Fisika ☐ Pendidikan Matematika

Editor:
Dr. Adi Setiawan, M.Sc.
Ir. Hanna A. Parhusip, M.Sc.
Didit Budi Nugroho, M.Si.
Lilik Linawati, M.Kom.
Tundjung Mahatma, M.Kom.
Yohanes Martono, M.Sc.
Adita Sutresno, M.Sc.
Dra. Marmi Sudarmi, M.Si.

FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA
Universitas Kristen Satya Wacana
Jln. Diponegoro 52-60 Salatiga 50711 Jawa Tengah
Telp.: (0298) [illegible], Fax.: (0298) 321433
E-mail: [illegible]

ANALISIS SISTEM JARINGAN ANTREAN DENGAN ELEMEN-ELEMEN MATRIKS ADJASEN BERUPA INTERVAL DALAM ALJABAR MAX-PLUS

Sri Rejeki Puri Wahyu Pramesthi[1], Subiono[2]

[1]*Mahasiswa Program Studi Magister, Jurusan Matematika, FMIPA, ITS Surabaya, 60111*
[2]*Dosen Matematika FMIPA, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya, 60111*

Email: [1]iik_srpwp@yahoo.co.id; [2]subiono2008@matematika.its.ac.id

ABSTRAK

Dalam makalah ini dibahas sistem jaringan antrean *multichannel* tak-siklik dengan dua *server*. Dari sistem jaringan antrean ini dapat dibentuk matriks adjasen yang elemen-elemennya berupa interval dalam Aljabar Max-Plus. Lamanya proses pelayanan diberikan dalam bentuk interval dengan bilangan intervalnya adalah bilangan real. Matriks interval juga seperti matriks biasa dimana mempunyai nilai eigen dan vektor eigen. Nilai eigen dan vektor eigen yang dibahas adalah nilai eigen dan vektor eigen Max-Plus interval. Nilai eigen dan vektor eigen yang diperoleh dari matriks interval tersebut dapat digunakan untuk menganalisis keperiodikan sistem jaringan antrean sehingga dari sistem jaringan antrean ini dapat dihasilkan jadwal pelayanan yang periodik.

Keywords: Aljabar Max-Plus, antrean, matriks interval, nilai eigen, vektor eigen.

PENDAHULUAN

Pada kehidupan sehari-hari masih sering dijumpai antrean pada suatu pelayanan publik. Tidak jarang pula terlihat antrean cukup panjang sehingga membuat para pelanggan menunggu cukup lama untuk mendapatkan pelayanan. Hal ini akan menurunkan efektifitas pelayanan. Panjangnya antrean disebabkan oleh waktu yang tidak tentu. Sehingga mengakibatkan adanya interval nilai dalam lamanya waktu pelayanan.

Aljabar max-plus sering digunakan untuk memodelkan suatu permasalahan seperti sistem antrean, penjadwalan, produksi, dan sebagainya. Seperti halnya pada aljabar biasa, untuk menyelesaikan model tersebut muncul permasalahan adanya interval nilai yang menyebabkan adanya matriks interval.

Makalah ini membahas sistem jaringan antrean *multichannel* tak-siklik dengan dua *server*. Dari sistem jaringan antrean ini dapat dibentuk matriks adjasen yang elemen-elemennya berupa interval dalam Aljabar Max-Plus. Lamanya proses pelayanan diberikan dalam bentuk interval dengan bilangan intervalnya adalah bilangan real. Dalam model sistem jaringan antrean ini akan dibentuk matriks adjasen yang berupa matriks interval dalam aljabar max-plus. Matriks interval merupakan matriks yang elemen-elemen didalamnya berupa interval tertutup dengan satu matriks batas bawah dan satu matriks batas atas sebagai penyusunnya. Matriks interval ini juga seperti matriks biasa dimana mempunyai nilai eigen dan vektor eigen. Nilai eigen dan vektor eigen yang dibahas adalah nilai eigen dan vektor eigen dalam Max-Plus interval. Nilai eigen dan vektor eigen yang diperoleh dari matriks interval tersebut dapat digunakan untuk menganalisis keperiodikan sistem jaringan antrean yang telah dimodelkan sehingga dari sistem jaringan antrean ini dapat dihasilkan jadwal pelayanan yang periodik.

BAHAN DAN METODE

Aljabar Max-Plus

Aljabar Max-Plus merupakan himpunan R_{maks} dengan dua operasi biner yaitu maksimum yang dinotasikan dengan simbol $\oplus$ dan tambah yang dinotasikan dengan simbol $\otimes$ yang dinyatakan dengan $R = (R_{maks}, \oplus, \otimes, \varepsilon, e)$. R_{maks} adalah himpunan $R \cup \varepsilon$ dengan R merupakan himpunan bilangan real. Didefinisikan $\varepsilon = -\infty$ dan $e = 0$. Untuk setiap $a, b \in R_{maks}$, didefinisikan operasi $\oplus$ dan $\otimes$ adalah $a \oplus b = \text{maks}(a,b)$ dan $a \otimes b = a + b$. Kedua operasi biner dalam aljabar max-plus mempunyai kemiripan dengan operasi perkalian biasa dua matriks pada aljabar biasa. Pada perkalian dua matriks dalam aljabar biasa terdapat dua operasi yaitu kali dan tambah. Jika dalam Aljabar Max-Plus kali mempunyai makna tambah dan tambah mempunyai makna maksimum.

Aljabar Max-Plus dengan aljabar biasa terdapat analogi yang jelas di satu sisi. Dengan menggunakan notasi-notasi dalam Aljabar Max-Plus diberikan persamaan keadaan dalam bentuk:

$$x(k+1) = A \otimes x(k), k = 0,1,2, \ldots \quad (1)$$

dimana vektor $x \in R^n$ menyatakan keadaan dari model dan $x(k)$ menyatakan pada saat ke-k. $A \in R_{maks}$ adalah matriks berukuran $n \times n$. Bila diberikan keadaan awal $x(0) = x_0$, maka evolusi keadaan mendatang dari persamaan (1) dapat ditentukan. Jika persamaan (1) ditulis dalam bentuk persamaan skalar diperoleh:

$$x_i(k+1) = \oplus_{j=1}^{n} a_{ij} \otimes x_j(k),\ i = 0, 1, \ldots, n \text{ dan } k = 0, 1, 2, \ldots \quad (1)$$

Secara umum, evolusi dari (1) dan (2) berbeda. Pada persamaan (1), argumen k pada $x(k)$ menyatakan pengulangan berapa banyak waktu pada titik-titik yang sudah aktif. Sedangkan pada persamaan (2), argumen k pada $x(k)$ menyatakan waktu ke-k pada keadaan $x(k)$. Sebagai contoh, pada jaringan kerja yang terdiri dari beberapa titik dan beberapa garis yang terhubung dengan titik-titik tersebut, jaringan kerja yang berhubungan dengan persamaan (1) mempunyai n titik yang diwakili oleh setiap x_i. Sementara itu, a_{ij} berkaitan dengan bobot garis dari titik j ke titik i bila garis ini ada. Titik dalam jaringan kerja berperan dengan aktivitas tertentu. Aktivitas-aktivitas ini membutuhkan waktu hingga yang disebut waktu aktivitas.

Diasumsikan aktivitas pada titik tertentu hanya dapat dimulai jika semua aktivitas yang mendahuluinya sudah menyelesaikan aktivitasnya dan mengirimkan hasilnya sepanjang garis yang menghubungkan titik tersebut. Jadi garis yang berkaitan dengan a_{ij} dapat ditafsirkan sebagai saluran output untuk titik i dan secara bersamaan sebagai saluran input untuk titik j. Dengan demikian, $x_i(k)$ menyatakan waktu awal dimana titik i menjadi aktif pada saat ke-k dan a_{ij} adalah jumlah dari waktu aktivitas titik j dan lamanya waktu perjalanan dari titik j ke titik i.

Suatu perluasan dari (1) dinyatakan sebagai berikut:

$$x(k+1) = A \otimes x(k) \oplus B \otimes u(k) \text{ dan } y(k) = C \otimes x(k) \quad (3)$$

dimana $u(k)$ merupakan input sedangkan $y(k)$ merupakan output. Pada jaringan kerja, $u(k)$ suatu vektor yang menunjukkan sumber daya tertentu tersedia pada waktu ke-k sedangkan vektor $y(k)$ menyatakan saat dimana produk akhir dari jaringan kerja ditawarkan pada dunia luar.

Pada aljabar max-plus suatu bilangan $\lambda \in R$ dan vektor $x \in R^n_{maks}$ dinamakan nilai eigen dan vektor eigen yang bersesuaian untuk suatu matriks bujur sangkar A berukuran $n \times n$ jika memenuhi

$$A \otimes x = \lambda \otimes x.$$

Nilai eigen λ dapat ditafsirkan sebagai waktu periodik dari sistem, yaitu setiap titik dari jaringan kerja yang sesuai menjadi aktif setiap λ satuan (Subiono, 2000).

Aljabar Max-Plus Interval dan Matriks Interval Max-Plus

Interval tertutup x dalam R_{maks} adalah suatu himpunan bagian dari R_{maks} yang berbentuk $x = [\underline{x},\overline{x}] = \{x \in R_{maks} \mid \underline{x} \preceq_m x \preceq_m \overline{x}\}$. Interval x dalam R_{maks} tersebut disebut interval max-plus. Didefinisikan $I(R)_\varepsilon = \{x = [\underline{x},\overline{x}] \mid \underline{x}, \overline{x} \in R, \varepsilon \prec \underline{x} \preceq_m \overline{x}\} \cup \{\varepsilon\}$ dengan $\varepsilon := [\varepsilon,\varepsilon]$. Pada $I(R)_\varepsilon$ didefinisikan operator $\overline{\oplus}$ dan $\overline{\otimes}$ dengan $x \overline{\oplus} y = [\underline{x} \oplus \underline{y}, \overline{x} \oplus \overline{y}]$ dan $x \overline{\otimes} y = [\underline{x} \otimes \underline{y}, \overline{x} \otimes \overline{y}]$, $\forall x,y \in I(R)_\varepsilon$. $I(R)_\varepsilon$ merupakan semiring idempoten komutatif dengan elemen netral $\varepsilon := [\varepsilon,\varepsilon]$ dan elemen satuan $0 = [0,0]$. Semiring idempoten komutatif $(I(R)_\varepsilon, \overline{\oplus}, \overline{\otimes})$ disebut Aljabar Max-Plus Interval yang dinotasikan dengan $I(R)_\varepsilon$.

Untuk $A \in I(R)^{m \times n}_{maks}$ didefinisikan matriks $\underline{A} = (\underline{A}_{ij}) \in R^{m \times n}_{maks}$ dan $\overline{A} = (\overline{A}_{ij}) \in R^{m \times n}_{maks}$ berturut-turut yaitu matriks batas bawah dan matriks batas atas dari matriks interval A. $I(R)^{m \times n}_{maks} = \{A = (A_{ij}) \mid A_{ij} \in I(R)_{maks}\}$ $A = (A_{ij}) \in R^{m \times n}_{maks}$ untuk $i = 1, 2, \ldots, m$ dan $j = 1, 2, \ldots, n$. Matriks anggota $I(R)^{m \times n}_{maks}$ disebut Matriks Interval Max-Plus.

Definisi 1:
Diberikan $A \in I(R)^{m \times n}_{maks}$. Skalar interval $\lambda \in I(R)_{maks}$ disebut nilai eigen Max-Plus Interval matriks interval A jika terdapat suatu vektor interval $v \in I(R)^{n}_{maks}$ dengan $v \neq \varepsilon_{n \times 1}$ sehingga $A \overline{\otimes} v = \lambda \overline{\otimes} v$. Vektor v tersebut disebut vektor eigen Max-Plus interval matriks interval A yang bersesuaian dengan λ.

Konstruksi Model Sistem Jaringan Antrean Tak Siklik

Struktur jaringan antrean dapat dinyatakan dengan graf berarah tak siklik $G = (N,A)$. Untuk setiap $i \in N$ didefinisikan himpunan pendahulu dan penerus titik i berturut-turut dengan $P_i = \{j \mid (j,i) \in A\}$ dan $S_i = \{j \mid (i,j) \in A\}$. Dimisalkan $x_i(k+1)$ adalah waktu kedatangan pelanggan ke-$(k+1)$ pada titik i, kemudian $y(k)$ adalah waktu pelanggan yang telah selesai mendapatkan pelayanan ke-k pada titik-i, dan t_{ik} adalah lama waktu pelayanan untuk pelanggan ke-k pada pelanggan i.

Diasumsikan jaringan mulai beroperasi pada nol waktu yaitu bahwa $x_i(0) = 0$ dan $x_i(k) = \varepsilon$ untuk semua $k < 0$, $i = 1, \ldots, n$. Dinamika antrean pada titik i dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$x_i(k+1) = \text{maks}(t_{ik} + y_i(k), t_{ik} + x_i(k)) \tag{4}$$

$$y_i(k) = \begin{cases} \text{maks}_{j \in P(i)}(x_j(k)) & , \text{jika } P(i) \neq 0 \\ \varepsilon & , \text{untuk lainnya} \end{cases} \tag{5}$$

Dengan notasi Aljabar Max-Plus, maka persamaan (4) dan (5) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$x_i(k+1) = t_{ik} \otimes y_i(k) \oplus t_{ik} \otimes x_i(k) \tag{6}$$

$$y_i(k) = \begin{cases} \oplus_{j \in P(i)}(x_j(k)) & , \text{jika } P(i) \neq 0 \\ \varepsilon & , \text{untuk lainnya} \end{cases} \tag{7}$$

Dimisalkan

$$x(k+1) = [x_1(k+1), x_2(k+1), \ldots, x_n(k+1)]^T, \; y(k) = [y_1(k), y_2(k), \ldots, y_n(k)]^T$$

dan

$$T_k = \begin{pmatrix} t_{1k} & \cdots & \varepsilon \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \varepsilon & \cdots & t_{nk} \end{pmatrix}.$$

Persamaan (6) dan (7) dapat dituliskan menjadi:

$$x(k+1) = T_k \otimes y(k) \oplus T_k \otimes x(k) \tag{8}$$

$$y(k) = G \otimes x(k) \tag{9}$$

dengan unsur-unsur dari matriks G yaitu

$$G_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{, jika } j \in P(i) \\ \varepsilon & \text{, untuk lainnya} \end{cases}$$

G merupakan matriks adjasen dari struktur jaringan antrean. Dari persamaan (8) dan (9) dapat dituliskan persamaan:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= T_k \otimes G \otimes x(k) \oplus T_k \otimes x(k) \\ &= ((E \oplus (T_k \otimes G) \oplus \ldots \oplus (T_k \otimes G)^{\otimes q}) \otimes T_k) \otimes x(k) \end{aligned}$$

Karena struktur jaringan antrean merupakan graf berarah tak-siklik, maka $(T_k \otimes G)^{\otimes q} = \varepsilon$ untuk semua $q > p$, sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} x(k+1) &= ((E \oplus (T_k \otimes G) \oplus \ldots \oplus (T_k \otimes G)^{\otimes q}) \otimes T_k) \otimes x(k) \\ &= ((E \oplus (T_k \otimes G))^{p}) \otimes T_k \otimes x(k) \end{aligned}$$

Diberikan jaringan antrean tak-siklik dengan struktur jaringan yang mempunyai panjang lintasan terpanjang p dan matriks adjasen G. Persamaan keadaan eksplisit jaringan tersebut adalah

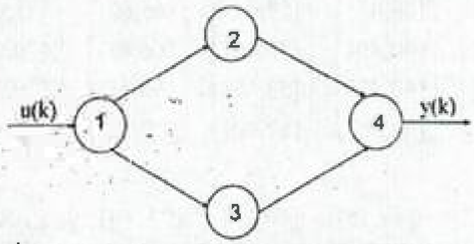
$$x(k+1) = A(k) \otimes x(k) \tag{11}$$

dimana $A(k) = ((E \oplus (T_k \otimes G))^{p}) \otimes T_k$.

HASIL DAN DISKUSI

Contoh Aplikasi Sistem Jaringan Antrean MultiChannel Tak Siklik dengan Dua Server

Diperhatikan jaringan antrean dalam Gambar 1. Ditunjukkan bahwa $u(k)$ adalah *input* dan $y(k)$ adalah *output*. Dalam sistem jaringan antrean, $u(k)$ merupakan antrean pelanggan yang akan dilayani, sedangkan $y(k)$ merupakan para pelanggan yang telah selesai dilayani.



Gambar 1: Jaringan antrean *multichannel* tak siklik dengan dua *server*.

Matriks adjasen dari jaringan antrean di atas adalah sebagai berikut:

$$G = \begin{pmatrix} \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ 0 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ 0 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & 0 & 0 & \varepsilon \end{pmatrix}$$

Dari persamaan (1) diperoleh persamaan keadaan dalam aljabar max-plus interval sebagai berikut:

$$x(k+1) = A \,\overline{\otimes}\, x(k),$$

maka

$$A = \begin{pmatrix} t_1(k) & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ t_1(k) \overline{\otimes} t_2(k) & t_2(k) & \varepsilon & \varepsilon \\ t_1(k) \overline{\otimes} t_3(k) & \varepsilon & t_3(k) & \varepsilon \\ t_1(k) \overline{\otimes} (t_2(k) \overline{\oplus} t_3(k)) \overline{\otimes} t_4(k) & t_2(k) \overline{\otimes} t_4(k) & t_3(k) \overline{\otimes} t_4(k) & t_4(k) \end{pmatrix}$$

Lama waktu pelayanan $t_i(k)$ yang dibahas berupa bilangan real. Dimisalkan diberikan lama waktu pelayanan sebagai berikut:

$$t_{1k} = [6,7],\ t_{2k} = [8,10],\ t_{3k} = [8,10],\ t_{4k} = [4,5],$$

sehingga didapatkan

$$A = \begin{pmatrix} [6,7] & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ [14,17] & [8,10] & \varepsilon & \varepsilon \\ [14,17] & \varepsilon & [8,10] & \varepsilon \\ [18,22] & [12,15] & [12,15] & [4,5] \end{pmatrix}.$$

Dari persamaan (3), jika ditulis dalam notasi aljabar max-plus interval adalah

$$x(k+1) = A \overline{\otimes}\ x(k)\ \overline{\oplus}\ B\ \overline{\otimes}\ u(k) \quad \text{dan} \quad y(k) = C\ \overline{\otimes}\ x(k).$$

Denganlama waktuuntukinput dan output diberikan,maka:

$$B = \begin{pmatrix} [5,6] \\ \varepsilon \\ \varepsilon \\ \varepsilon \end{pmatrix} \quad \text{dan} \quad C = \begin{pmatrix} \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & [3,4] \end{pmatrix}.$$

Dengan menggunakan scilab, maka diperoleh $\underline{\lambda} = 13$ dan $\overline{\lambda} = 16$ dengan vektor eigen berturut-turut yaitu

$$\underline{v} = \begin{pmatrix} 26 \\ 27 \\ 27 \\ 31 \end{pmatrix} \text{ dan } \overline{v} = \begin{pmatrix} 32 \\ 33 \\ 33 \\ 38 \end{pmatrix}.$$

Diperoleh sistem jaringan antrean yang periodik sebagai berikut:

$$\overset{x(0)}{\begin{pmatrix} [26,32] \\ [27,33] \\ [27,33] \\ [31,38] \end{pmatrix}};\ \overset{x(1)}{\begin{pmatrix} [39,48] \\ [40,49] \\ [40,49] \\ [44,54] \end{pmatrix}};\ \overset{x(2)}{\begin{pmatrix} [52,64] \\ [53,65] \\ [53,65] \\ [57,70] \end{pmatrix}};\ \overset{x(3)}{\begin{pmatrix} [65,80] \\ [66,81] \\ [66,81] \\ [70,86] \end{pmatrix}};\ \overset{x(4)}{\begin{pmatrix} [78,96] \\ [79,97] \\ [79,97] \\ [83,102] \end{pmatrix}};\ \ldots$$

dan

$$\overset{y(0)}{([34,42])};\ \overset{y(1)}{([47,58])};\ \overset{y(2)}{([60,74])};\ \overset{y(3)}{([73,90])};\ \overset{y(4)}{([86,106])};\ \ldots$$

Dari sistem jaringan antrean yang periodik, maka dapat dibentuk jadwal pelayanan periodik untuk sistem jaringan antrean *multichannel* tak siklik dengan dua *server*. Berikut ini adalah jadwal antrean periodiknya.

Jika dimisalkan waktu awal dimulainya memberikan pelayanan pada pukul 08.26 dan satuan waktu pemrosesan dalam menit, maka dari sistem jaringan antrean yang periodik dapat diketahui bahwa interval waktu awal dimulainya antrean yaitu pada pukul [08.26, 08.32] yang dipresentasikan dengan *place* 1 yaitu *place* antrean para pelanggan. Selanjutnya interval waktu dimulainya pelayanan pada pukul [08.27, 08.33] untuk *place 2* yaitu *place* pelayanan 1 begitu juga dengan *place* 3 yaitu *place* pelayanan 2 dimulai pada pukul [08.27, 08.33] karena diberikan interval waktu yang sama. Pelanggan yang telah selesai mendapatkan pelayanan untuk *place* 4 selesai pada pukul [08.31, 08.38]. Untuk lebih lengkap, lihat Tabel 1.

Tabel 1: Waktu pelayanan T_0, T_1, T_2, T_3, dan T_4 pada 4 *place* pelayanan.

	T_0	T_1	T_2	T_3	T_4
Place 1	08.26 – 08.32	08.34 – 08.48	08.52 – 09.04	09.05 – 09.20	09.18 – 09.36
Place 2	08.27 – 08.33	08.40 – 08.49	08.53 – 09.05	09.06 – 09.21	09.19 – 09.37
Place 3	08.27 – 08.33	08.40 – 08.49	08.53 – 09.05	09.06 – 09.21	09.19 – 09.37

*Place*4	08.31–08.38	08.44–08.54	08:57–09.10	09.20–09.26	09.23–09.42

KESIMPULAN

Aljabar max-plus dapat diaplikasikan pada jadwal sistem jaringan antrean *multichannel* tak siklik. Dengan menggunakan aljabar max-plus dapat dikonstruksi model sistem jaringan antrean *multichannel* tak siklik yaitu

$$x(k+1) = A(k) \otimes x(k)$$

dimana $A(k) = ((E \oplus (T_k \otimes G))^*) \otimes T_k$. Dari model ini dapat diketahui waktu pelayanan periodik sistem yaitu nilai eigennya dan jika vektor eigen yang bersesuaian dengan nilai eigen dijadikan sebagai waktu awal pelayanan dengan periode sama dengan nilai eigen tersebut.

UCAPAN TERIMA KASIH

Syukur alhamdulillah kepada Allah SWT yang telah melimpahkan Rahmat dan Hidayah-Nya. Terima kasih kepada kedua orang tuaku yang tercinta dan "orang yang kusayang" yang telah memberikan semangat dan doa. Terima kasih kepada Bapak Dr. Subiono, MS selaku pembimbing yang telah sabar dalam membimbing penulis, Bapak Prof. Dr. Basuki Widodo, M.Sc selaku Ketua Jurusan Matematika ITS, Bapak Dr. M.Isa Irawan, MT selaku koordinator Pascasarjana Matematika ITS dan seluruh dosen juga karyawan di jurusan Matematika ITS. Tidak ketinggalan kuucapkan terima kasih kepada teman-teman seperjuanganku INTEGRAL CERIA yang selalu kompak. Semangat teman-teman.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Bacelli, F., G. Cohen, G.J. Olsder, and J.P. Quadrat. 2001. *Synchronization and Linearity*, John Wiley and Sons, New York.

[2] Cechlarova, K. 2005. Eigenvectors of Interval Matrices over Max-Plus Algebra, *Journal of Discrete Applied Mathematics*, Vol. 150, hal. 2-15.

[3] Heidergott, B. 2006. *Max Plus Algebra And Queues*, Vrije Universiteit, Department of Econometrics and Operations Research De Boelelaan 1105, 1081 HV Amsterdam, The Netherlands.

[4] Rudhito, M.A. dan A. Suparwanto. 2008. *Pemodelan Aljabar Max-Plus dan Evaluasi Kinerja Jaringan Antrian Fork-Join Tak Siklik dengan Kapasitas Penyangga Tak Hingga*, Prosiding Seminar Nasional Sains Dan Pendidikan Sains 2008, Fakultas Sains dan Matematika UKSW, hal. B3-1 - B3-13, Januari 2008.