

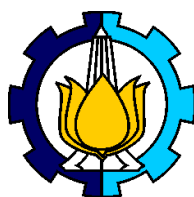
PROSIDING
SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA IV 2008
(SemNasMat4-08)

ISBN : 978 – 979 - 96152

**MATEMATIKA: PENGEMBANGAN DAN APLIKASINYA
UNTUK MENDUKUNG PROSES
KEMANDIRIAN DAN KEBANGKITAN BANGSA**

M

**Surabaya, 13 Desember 2008
Gedung Pasca Sarjana ITS Surabaya**



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER SURABAYA**



SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA IV
Jurusan Matematika FMIPA-ITS
Kampus Keputih-Sukolilo
Sekretariat: Gedung U201
Telp. 031-5943354
Fax. 031-5996506

ISBN :978-979-96152

Susunan Panitia

- **Steering Committee:**

1. Prof. Dr. Basuki Widodo, M.Sc (ITS)
2. Prof. Hendra Gunawan, Ph.D (ITB)
3. Prof. Dr. Sri Wahyuni, MS (UGM)
4. Prof. Dr. Ketut Budayasa (Unesa)
5. Dr. Mardjono, M.Phil (UB)
6. Dr. Eridani, M.Si (Unair)
7. Dr. Saib Suwilo, M.Sc. (USU)
8. Dr. Mohammad Isa Irawan, MT (ITS)
9. Dr. Subiono, M.Sc (ITS)
10. Dr. Erna Apriliani, M.Si (ITS)
11. Dr. Drs. I Nyoman Budiantara, M.Si (ITS)
12. Dr. Toto Nusantara, M.Si (UM)

- **Organizing Committee:**

1. Ketua Pelaksana : Drs. Nurul Hidayat, M.Kom
2. Wakil Ketua Pelaks : Drs. Kamiran, M.Si
3. Sekretaris : Valeriana, S.Si, MT
4. Bendahara : Dra. Farida A.W., MS

EDITOR :

1. Drs. IG Ngurah Rai Usadha, M.Si
2. Pratita Ayu Inawati, S.Si

Artikel dalam prosiding ini telah dipresentasikan dalam Seminar Nasional Matematika IV tahun 2008 pada 13 Desember 2008 di ITS Surabaya



SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA IV
Jurusan Matematika FMIPA–ITS
Kampus Keputih–Sukolilo
Sekretariat: Gedung U201
Telp. 031-5943354
Fax. 031-5996506

KATA PENGANTAR

Peranan dan kontribusi matematika di semua sendi kehidupan perlu didukung penyebarluasan hasil-hasil penelitian atau kajian dalam lingkup matematika dan aplikasinya di berbagai bidang ilmu pengetahuan maupun industri. Dalam rangka sosialisasi dan desiminasi karya bakti berupa hasil penelitian atau kajian di bidang matematika, maka Jurusan Matematika FMIPA ITS mengadakan Seminar Nasional Matematika yang ke-4 Tahun 2008 dengan Tema **”MATEMATIKA: PENGEMBANGAN DAN APLIKASINYA UNTUK MENDUKUNG PROSES KEMANDIRIAN DAN KEBANGKITAN BANGSA”**.

Prosiding ini disusun agar dapat memperoleh informasi lengkap tentang semua kegiatan dan makalah makalah yang terseleksi serta dipresentasikan pada Seminar Nasional Matematika yang ke-4, pada tanggal 13 Desember 2008, di Gedung Pascasarjana ITS. Kegiatan Seminar ini dihadiri ilmuwan yang bergelut dalam bidang Pemodelan dan Simulasi Sistem, Analisis dan Aljabar, Riset Operasi dan Pengolahan Data, Stokastik dan Probabilistik, Graph dan Terapannya, Komputasi dan Rekayasa dan Pembelajaran Matematika.

Mudah-mudahan prosiding ini menjadi petunjuk yang dapat membantu para pembaca dalam mengkaji dan mengembangkan matematika. Terima kasih

Surabaya, 13 Desember 2008

Panitia

DAFTAR ISI

Daftar Isi i

Makalah Seminar Nasional

Makalah Utama

Intelligent System for Sustainable Development, DR. Subchan.....	MU.1
Matematika, Globalisasi Dan Kemandirian Bangsa, oleh: Moch.Abduh.....	MU.19

Makalah Sidang Paralel

Makalah Bidang Analisis Dan Aljabar (AA)

1. Analisis Masalah Generator Oleh : Ratna Novitasari & Subiono.....	AA.1
2. Locally Small Riemann Sums (Lsrs) Integral Henstock-Pettis Pada Ruang Euclide Rn, Oleh : Hairur Rahman.....	AA.9
3. Aplikasi Aljabar Max-Plus Pada Masalah Penjadwalan Flow Shop. Oleh: Nur Shofianah & Subiono.....	AA.19
4. Variasi Ketaksamaan Spanne. Oleh: Corina Karim & Dr.Erna Apriliani, M.Si.....	AA.27
5. Menganalisis Sinyal Tidak Terkendali Dengan Metode Dekomposisi Oleh : Desy Komalasari, Haryono & Lucia Aridinanti.....	AA.31
6. Perbandingan Metode Interpolasi Spasial Poligon Thiessen Dan Ordinary Kriging, Oleh: Suci Astutik & Hari Puspo.....	AA.39
7. Ketaksamaan Trapezoidal Untuk Fungsi Bervariasi Terbatas Serta Aplikasinya Pada Formula Kuadratur, Oleh: Sunarsini.	AA.47
8. Analisis Kestabilan Model Pengobatan Penyakit Tumor Dengan Kemoterapi, Oleh : Erika Eka Santi & M.Setijo W.....	AA.52
9. Principal Component Analysis (PCA) Untuk Analisis Perlakuan Pemberian Pakan, Vitamin, Dan Mineral Terhadap Produksi Susu Sapi, Oleh: Sisca Ayunani & H. A. Parhusip.....	AA.60
10. Penjadwalan Jalur Bus Dalam Kota Dengan Aljabar Max-Plus, Oleh: Winarni & Subiono.....	AA.69
11. Entropi Topologi Transformasi Linear Sepotong-Sepotong Tidak Kontinu Dengan Slope $0 < k_i < 1$, Oleh: Rinurwati.....	AA.77

DAFTAR ISI

Daftar Isi i

Makalah Seminar Nasional

Makalah Utama

- Intelligent System for Sustainable Development, DR. Subchan..... MU.1
- Matematika, Globalisasi Dan Kemandirian Bangsa, oleh: Moch.Abduh..... MU.15

Makalah Sidang Paralel

Makalah Bidang Graph Dan Terapannya (G)

1. Pelabelan Total Super Edge Magic Pada Subdivision,
Oleh : Rohmatul Umami & Chairul Imron..... G.1
2. Embedding Graph $K_{2,3,m}$ pada Torus, Oleh : Liliek Susilowati &
Nency Rosyida Y..... G.9
3. Pengembangan Pelabelan Super Edge-Magic Graph Pada Graph
Yang Memuat Beberapa Cycle Ganjil. Oleh: Suhud Wahyudi..... G.20
4. Critical Set of Cycle Graph, Oleh : Chairul Imron..... G.26

DAFTAR ISI

Daftar Isi i

Makalah Seminar Nasional

Makalah Utama

- Intelligent System for Sustainable Development, *DR. Subchan*..... MU.1
- Matematika, Globalisasi Dan Kemandirian Bangsa, oleh: *Moch.Abduh*..... MU.15

Makalah Sidang Paralel

Makalah Bidang Komputasi Dan Rekayasa (KR)

1. Perbandingan Solusi Economic Dispatch Antara Metode Lagrange Multiplier Dengan Gaussian Particle Swarm Optimization (GKRO),
Oleh : *Siti Komsiyah, M. Isa Irawan & Nurul Hidayat*..... KR.1
2. Perbandingan Masalah Optimasi Tsp Dengan Menggunakan Algoritma Ant Colony Dan Jaringan Hopfield, Oleh : *Yuliani, M.Isa Irawan & Mardlijah*..... KR.4
3. Pengklasteran Data Kategoris Dengan Algoritma Shared Nearest Neighbor, Oleh: *Alvida Mustikarukmi*..... KR.12
4. Penggunaan Algoritma Fuzzy C-Means Clustering Pada Pembelajaran Jaringan Fungsi Basis Radial. Oleh: *Syaiful Anam*..... KR.18
5. Optimalitas dan Separable Programming, Oleh : *Eni Sumarminingsih*..... KR.26
6. Pengaruh Data Ber-Missing Value Terhadap Pengklasifikasian Data Menggunakan Algoritma Decision Tree C4.5, Oleh: *Dian Eka Ratnawati, Elly Nurhayati K & Agus Wahyu Widodo*..... KR.30
7. Metode DemKRter-Shater Analytic Hierarchy Process (Ds-Ahp) Fuzzy, Oleh: *Purnomosidi, Dr. M. Isa Irawan, M.T. & Drs. I Gst. Ngr. Rai U, M.Si.* KR.38
8. Sistem Dinamik Dengan Fuzzy Number Oleh : *Ahmad Lubab, Dr. M. Isa Irawan, M.T. & Drs. I Gst. Ngr. Rai U, M.Si*..... KR.43
9. Algoritma Hybrid Particle Swarm Optimization With Constriction Dan Backpropagation (KRoc-Bp) Untuk Training Feedforward Neural Network (Fnn) Pada Permasalahan Forecasting, Oleh: *Rosiyah Faradisa, M. Isa Irawan & Nurul Hidayat*..... KR.48
10. Fuzzy Sliding Mode Control Dalam Perancangan Kontroler Pada Sistem Suspensi Otomotif, Oleh: *Mardlijah & Rifqi Izzatur*..... KR.55
11. Diskritisasi Model Penyebaran Aliran Debris 2 Dimensi, Oleh: *Dieky A, Mukhaimy G. & Bandung Arry S*..... KR.64

12. Perangkat Lunak Pengenal Huruf Abjad, Oleh: *Nurul Hidayat, Soetrisno & Agus Jumadi*..... KR.70

DAFTAR ISI

Daftar Isi i

Makalah Seminar Nasional

Makalah Utama

- Intelligent System for Sustainable Development, DR. Subchan..... MU.1
- Matematika, Globalisasi Dan Kemandirian Bangsa, oleh: Moch.Abduh..... MU.15

Makalah Sidang Paralel

Makalah Bidang Pembelajaran Matematika (PB)

1. Proses Berpikir Siswa Kelas I Sekolah Menengah Pertama Yang “Quitter”
Dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Oleh : Sudarman..... PB.1
2. Penggunaan Simbol Dan Bentuk Visual Untuk Pemahaman Masalah
Dalam Pembelajaran Matematika, Oleh : I Wayan Ponter..... PB.6
3. Mengajarkan Pemecahan Masalah Matematika Berlandaskan Perbedaan
Peserta Didik, Oleh: M. J. Dewiyani..... PB.19
4. Kemampuan Matematika Anak Autis Pada Kelas Tinggi Sekolah Dasar.
Oleh: Kamid..... PB.29
5. Kemampuan Anak Autis Dalam Memahami Soal Cerita Pelajaran Matematika
Di Sekolah Dasar, Oleh : Kamid..... PB.47
6. Pengajaran Kalkulus Dengan Excel Dan Matlab di Fakultas Sains
dan Matematika Universitas Kristen Satya Wacana,
Oleh: H. A. Parhusip..... PB.66
7. Game Komputer Sebagai Media Pembelajaran Logika Matematika Di Sekolah
Menengah Atas, Oleh: Siti Muslichah Harini, S.Pd, Andi Isra Rani, S.Si.,
Supeno Mardi Susiki Nugroho, ST., MT. & M. Hariadi, ST. MSc. PhD..... PB.79
8. Penerapan Pembelajaran Matematika Dengan Metode Improve Untuk
Meningkatkan Pemahaman Matematik Dan Aktifitas Belajar Siswa Kelas XI
SMAN I Balaraja Oleh : HePBi Nindiasari..... PB.87
9. Bagaimana Melakukan Pemodelan Matematika Dan Menganalisa Data
Dengan Berbagai Metode Pada Matematika, Oleh: H. A. Parhusip..... PB.108
10. Kesalahan Mahasiswa Dalam Membuktikan Soal Struktur Aljabar,
Oleh: Hery Agus Susanto..... PB.124
11. Representasi Pemecahan Masalah Matematika Oleh Siswa Sekolah Dasar,
Oleh: Janet Trineke Manoy..... PB.130
12. Pengkonstruksian Karakteristik Metakognisi Siswa Menggunakan Metode

Content Analysis, Oleh: <i>Theresia Laurens</i>	PB.136
13. Metakognisi Siswa Sma Kelas Akselerasi Dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Ditinjau Dari Perbedaan Gender, Oleh: <i>Theresia Kriswianti Nugrahaningsih</i>	PB.143
14. Metakognisi Mahasiswa Ketika Memecahkan Masalah Matematika Kontekstual, Oleh: <i>Mustamin Anggo</i>	PB.163
15. Menumbuhkembangkan Kemampuan PersePBi Ruang Peserta Didik Sekolah Dasar Melalui Kegiatan Geometri Oleh: <i>Ronaldo Kho</i>	PB.170
16. Upaya Meningkatkan Ketuntasan Belajar Melalui Program Remedial Teaching Dengan Peer Tutor Pada Pokok Bahasan Bilangan Real Di SMK Negeri 7 Surabaya, Oleh: <i>Ulin Yudhawati, S.Si</i>	PB.176
17. Mars Untuk Data Longitudinal (Pada Kasus Pengaruh Kemampuan Akademik dan Jasmani Terhadap Kepribadian Kadet AAL Angkatan ke-51), Oleh: <i>Djoko Heksa Purnomo</i>	PB.216
18. Merancang Permasalahan Matematika Untuk Menanamkan Nilai Disiplin, Ketelitian, Kebenaran Dan Kerja Keras, Oleh: <i>Baambang Suharjo</i>	PB.223
19. Analisis Dominan Regresi Berganda Pada Prestasi Belajar Matematika Oleh: <i>Anik Anekawati, Sony Sunaryo & Wahyu Wibowo</i>	PB.235
20. Proses Berpikir Anak Tunanetra Dalam Menyelesaikan Permasalahan Luas Persegi Panjang, Oleh: <i>Susanto</i>	PB.245
21. Implementation Of Teaching Model Cooperative Learning Type STAD For Improving The Willingness Of Students In 7D Grade For Chapter Algebra And Social Aritmatic In Pringsurat I Yunion High School Term Periode 2008/2009, Oleh: <i>Hidayati</i>	PB.261
22. Model Pembelajaran Berdasarkan Masalah (Problem Based Instruction) Dalam Pembelajaran Matematika Oleh : <i>Umi Nur Qomariyah, S.Pd., M.Pd</i>	PB.265
23. Teori - Teori Yang Relevan Dengan Pembelajaran Matematika Realistik. Oleh: <i>Wiwin Sri Hidayati</i>	PB.274

DAFTAR ISI

Daftar Isi i

Makalah Seminar Nasional

Makalah Utama

- Intelligent System for Sustainable Development, DR. Subchan..... MU.1
- Matematika, Globalisasi Dan Kemandirian Bangsa, oleh: Moch.Abduh..... MU.15

Makalah Sidang Paralel

Makalah Bidang Pemodelan dan Simulasi Sistem (PS)

1. Penerapan Transformasi Fukunaga Koontz Pada Analisa Diskriminan Dan Pengklasifikasi Support Vector Machine Untuk Pengenalan Wajah, Oleh : Sri Andriati Asri & Rully Soelaiman PS.1
2. Pengembangan Metode Aproksimasi Dan Implementasinya Untuk Analisis Kestabilan Dalam Model Epidemik Penyakit Campak, Oleh : Marsudi & Syaiful Anam PS.9
3. Prediksi Nilai Tukar Valuta Asing Menggunakan Quantitative Hybrid Indicator – Artificial Neural Networks. Oleh: Yohanes Gunawan Yusuf & Rully Soelaiman PS.17
4. Analisa Perilaku Dinamik Pada Model Interaksi Tumor Dan Limfosit. Oleh: Anas Yusron, M. Setijo Winarko, M.Si & Dr.Erna Apriliani, M.Si..... PS.25
5. Menentukan Hubungan Kekerbatan Diantara Beberapa Organisme Oleh : Tigor Nauli..... PS.33
6. Pemodelan limpasan (Run Up) Gelombang Tsunami Pada Pesisir Pantai Dengan Sembarang Profil, Oleh: Agus Suryanto... PS.38
7. Pemodelan Simulasi Pada Interaksi Sistem Imun Dengan Mikobakterium Tuberkolosis, Oleh: Usman Pagalay, Sutiman B. Sumitro, Agus Suryanto, Marjono, & Nur Permatasari,..... PS.46
8. Kontrol Optimal Model Rosenzweig-Macarthur Yang Diperluas Dengan Menambahkan Predator Tingkat Dua Oleh : Budi Cahyono..... PS.55
9. Diagram Kontrol T2 Hotelling Berbasis Overlapping Groups Covariance Matrix Dengan Penaksir Robust Rmcd, Oleh: Retno Prastyowati, Sri Pingit Wulandari & Muhammad Mashuri..... PS.62
10. Pemodelan Genetic Algorithm Neural Network (Gann) Pada Data Inflasi Indonesia, Oleh: Hady Suryono, Suhartono & Budiasih..... PS.70
11. Solusi Numerik Gelombang Permukaan Pada Poros Media, Oleh:L.H.Wiryanto..... PS.77

12. Diskritisasi Model Penyebaran Aliran Debris 2 Dimensi, Oleh: *Dieky Adzkiya, Mukhaimy Gazali, Bandung Arry Sanjoyo*..... PS.85
13. Penjadwalan Jalur Bus Dalam Kota Dengan Aljabar Max-Plus, Oleh: *Winarni & Subiono*..... PS.91
14. Keterbatasan potensial Riesz Di Ruang Morrey Untuk Indeks Kritis, Oleh: *Siti Lailiyah & Erna Apriliani*..... PS.99
15. Ensemble Kalman Filter (Enkf) Dengan Menggunakan Metode Teknik Sampling Dan Metode Akar Kuadrat Oleh: *Didik Khusnul Arif*..... PS.106
16. Konsistensi Algoritma Recursive Extended Least Squares (RELS) pada Model Auto Regressive Moving Average With Exogeneous Factor (ARMAX), Oleh: *Destina W, Dr. Erna A, MSi & Dra.Nuri W.MKes*..... PS.115
17. Perbandingan Laju Rotasi Diferensial Sunspot Di Belahan Utara Dan Selatan Pada Siklus Ke 22, Dari Pengamatan Spd Lapan Watukosek, Oleh: *Nanang Widodo*..... PS.122
18. Pemodelan Kurva Rotasi Diferensial Surya Dari Sunspot Di Belahan Utara Matahari Pada Siklus Ke 22, Data Pengamatan Spd Lapan Watukosek, Oleh: *Nanang Widodo*..... PS.131
19. Angka Reproduksi Dasar Dan Kestabilan Global Dalam Suatu Model Epidemik, Oleh: *Yudi Ari Adi*..... PS.140
20. Eksistensi Bifurkasi Mundur Pada Model Penyebaran Penyakit Makroparasitis, Oleh: *Mohammad Djasuli, Erna Apriliani, M.S. Winarko* PS.151
21. Analisis Perhitungan Defleksi Dan Tegangan Struktur Roket RX-1512 Pada Waktu Handling Dengan Metode Elemen Hingga, Oleh: *Setiadi*..... PS.159

DAFTAR ISI

Daftar Isi i

Makalah Seminar Nasional

Makalah Utama

- Intelligent System for Sustainable Development, *DR. Subchan*..... MU.1
- Matematika, Globalisasi Dan Kemandirian Bangsa, oleh: *Moch.Abduh*..... MU.15

Makalah Sidang Paralel

Makalah Bidang Riset Operasi, Statistik Dan Pengolahan Data (RSP)

1. Optimasi Tingkat Stok Dasar pada Masalah Pengendalian Persediaan Menggunakan Stochastic Approximation Method Oleh : *Rully Soelaiman , Mahendrawathi ER & A M Krisnawati*..... RSP.1
2. Penentuan Jumlah Pemesanan yang Ekonomis Pada Inventori Banyak Jenis dengan Menggunakan Metode Nonlinear Goal Programming, Oleh : *Rully Soelaiman, Wiwik Anggraeni & Rachmita Nura Fathma*..... RSP.6
3. Validitas Dan Reliabilitas Indikator-Indikator Peubah Kebutuhan Fiskal Dan Potensi Fiskal Dengan Structural Equation Modelling, Oleh: *Ari Wardono, Kresnayana Yahya & Akhmad Jaelani*..... RSP.14
4. Pendekatan Goal Programming dengan Parameter Fuzzy pada Optimasi Alokasi Transportasi Sampah di Surabaya, Oleh: *Valeriana, Kamiran & Hery*..... RSP.22
5. Estimator Yang Efisien Pada Tipe Censored Sampling Untuk Distribusi Rayleigh, Oleh : *Dra. Farida A.W M.S*..... RSP.35
6. Kajian Indeks Kemampuan Multiproses, Oleh: *Sri Utami & Laksmi Prita*... RSP.44
7. Pengembangan Teori Probabilitas Untuk Fusi Penginferensian Informasi, Oleh: *Arwin Datumaya, Wahyudi Sumari, Adang Suwandi Ahmad, Acik Ida & Jaka Sembiring*..... RSP.53
8. Model Kartu Menuju Sehat (Kms) Balita Dengan Pendekatan Spline Polynomial Truncated, Oleh : *Muh.Rifqy Syauqi & I Nyoman Budiantara*..... RSP.61
9. Prevalensi Dan Faktor Resiko Hiv Pada Generalized Epidemic Di Tanah Papua Menggunakan Metode Regresi Logistik Dengan Stratifikasi, Oleh: *Bagas Susilo & Gantjang Amanullah*..... RSP.74
10. Pemilihan Model Terbaik Pada Analisis Regresi Logistik Multinomial Dan Ordinal Dengan Mcfadden's R2, Oleh: *Ummiy Fauziyah Laili*..... RSP.83

11. Pengaruh Jenis Kelamin Terhadap Berat Badan Balita Di Kota Surabaya Dengan Menggunakan pendekatan Spline, Oleh: Rida Trian Sds, I Nyoman Budiantara, Madu Ratna..... RSP.93
12. Klasifikasi Angkatan Kerja Propinsi Bengkulu Berdasarkan Metode Cart , Oleh: *Yuniarto, Sutikno & Hera Hendra Permana*..... RSP.102
13. Analisis Jumlah Penumpang Dan Kargo Melalui Bandara Djalaludin Gorontalo Dengan Model Intervensi Dan Arch-Garch, Oleh: *Undich Sadewo Sunu, Kresnayana Yahya & Sasmito Hadi Wibowo*..... RSP.110
14. Analisis Beberapa Faktor Yang Berpengaruh Terhadap Volatilitas Cadangan Devisa Indonesia Dengan Menggunakan Metode Arch/Garch Dan Var, Oleh: *Toto Abdul Fatah, Kresnayana Yahya & Budiasih*..... RSP.118
15. Pengukuran Efisiensi Relatif Klaster Industri Inti: Suatu Analisis Stochastic Frontier Oleh: *Sunardi & Thoman Pardosi*..... RSP.123
16. Model Variasi Spasial Pendapatan Rumah Tangga Menggunakan Geographically Weighted Regression, Oleh: *Sugeng Junaedi, Sony Sunaryo, Hera Hendra Permana*..... RSP.131
17. Pendekatan Mars Untuk Ketepatan Klasifikasi Desa/Kelurahan Miskin Serta Faktor-Faktor Komunitas Yang Berpengaruh Di Kalimantan Timur Tahun 2005, Oleh: *Siti Wahyuningrum, I Nyoman Budiantara & Satwiko Darmesto*..... RSP.139
18. Pemodelan Wanita Rawan Ekonomi Di Propinsi Nusa Tenggara Barat Dengan Pendekatan Monte Carlo Markov Chain, Oleh: *Rahayu Rachmawati, Nur Iriawan & Sodikin Baidowi*..... RSP. 147
19. Analisis Faktor-Faktor Yang Mempengaruhi Produktivitas Kelapa Sawit Di Provinsi Riau Dengan Metode Regresi Logistik, Oleh: *Purwantono, Haryono & Akhmad Jaelani*..... RSP.153
20. Penskalaan Dimensi Ganda (Pdg) Metrik Terbobot (Studi Kasus Pengelompokan Kabupaten/Kota Di Sulawesi Selatan), Oleh: *Muhlison Fatawi, Sony Sunaryo & Hera Hendra Permana*..... RSP.160

DAFTAR ISI

Daftar Isi i

Makalah Seminar Nasional

Makalah Utama

- Intelligent System for Sustainable Development, DR. Subchan..... MU.1
- Matematika, Globalisasi Dan Kemandirian Bangsa, oleh: Moch.Abduh..... MU.19

Makalah Sidang Paralel

Makalah Bidang Stokastik Dan Probabilistik (SP)

1. Ketepatan Klasifikasi Pekerja Anak Di Sumatera Barat Dengan Pendekatan Mars, Oleh : Mohamad Jalaluddin & Bambang Widjanarko Otok..... SP.1
2. Prediksi Krisis Finansial:Sistem Peringatan Dini Terhadap Krisis Ekonomi Indonesia Dengan Pendekatan Mars, Oleh : Indra Achmad Sofian Souri, Mutiah Salamah & Heru Margono..... SP.9
3. Klasifikasi Deteksi Intrusi Menggunakan Pendekatan Multivariate Adaptive Regression Spline(Mars). Oleh: Gunawan Catur P, Nur Iriawan & Hasyim Gautama..... SP.16
4. Model Kesejahteraan Rumah Tangga Di Provinsi Dki Jakarta Dengan Metode Mars. Oleh: Erwin Tanur, I Nyoman Budiantara, & Satwiko Darmesto..... SP.24
5. Multi Input Intervention Analysis With Step And Pulse Functions For Forecasting Tourist Arrivals To Indonesia Oleh : Eka Nuvitasari, Suhartono & Sasmito Hadi Wibowo..... SP.30
6. Uji Kesamaan Parameter P-Model Regresi Zigp (Zero Inflated Generalized Poisson), Oleh: Cucu Sumarni, Purhadi & Heru Margono SP.38
7. Pemodelan Faktor-Faktor Sosial Ekonomi Yang Mempengaruhi Umur Perkawinan Pertama Wanita Dengan Metode Regresi Linier Berganda, Oleh: Andreas Riyanto, Slamet Mulyono & Thoman Pardosi..... SP.46
8. Feed-Forward Neural Network Untuk Small Area Estimation Pada Kasus Kemiskinan Oleh : Ai Nuraeni, Brodjol Sutijo U, Suhartono & Satwiko Darmesto..... SP.53
9. Pendekatan Mars Untuk Penentuan Tingkat Ketimpangan Pendapatan Di Indonesia, Oleh: Adi Ratnaningrum, Bambang Widjanarko Otok & Wiewiek Arumwati..... SP.61

10. Pemodelan Arus Migrasi Penduduk Antar Provinsi Dengan Pendekatan Gravity-Poisson Glms, Oleh: Adam Sofian, Susanti Linuwih, Setiawan, & Gantjang Amannullah..... SP.69
11. Hybrid Model Arima Dan Neural Network Pada Peramalan Kunjungan Wisatawan Ke Bali, Oleh: Riyanto Tri Susanto, Suhartono & Hera Hendra Permana..... SP.76
12. Analisis Dominan Regresi Berganda Pada Prestasi Belajar Matematika, Oleh: Anik Anekawati, Sony Sunaryo & Wahyu Wibowo..... SP.83
13. Diagram Kontrol Residual Var Untuk Memonitor Target Pada Proses Multivariat Yang Autokorelasi, Oleh: Faula Arina, Dr. Muhammad Mashuri, & Dr. Suhartono SP.94
14. Pemilihan Model Terbaik Dengan Menggunakan Aic Dan Aicc Pada Regresi Bivariat, Oleh: Marlik, Ismaini Zain & Kartika Fitriyasi..... SP.104
15. Penaksiran Parameter Regresi Logistik Ridge Oleh: Sunyoto, Setiawan & Ismaini Zain..... SP.111
16. Penaksir Parameter Regresi Zero-Inflated Generalized Poisson (Zigp), Oleh: Dwi Cahyosetiyono, Sony Sunaryo & Wahyu Wibowo..... SP.116
17. Prosedur Pendeteksian Outlier Model Linear Multivariat Dengan Metode Likelihood Displacement Statistic-Lagrange, Oleh: Makkulau, Susanti Linuwih, Purhadi & M. Mashuri..... SP.124
18. Perbandingan Pengaruh Kesalahan Pengukuran Pada Peta Kendali Cusum Dan Ewma Dalam Mendeteksi Pergeseran Rata-Rata Proses, Oleh: Hanatri Putri Maratoni, Nuri Wahyuningsih & Laksmi Prita W..... SP.132
19. Estimator Regresi Semiparametrik Dengan Pendekatan Spline, Oleh: Sufri Asmin, I Nyoman Budiantara & Kartika Fitriyasi..... SP.140
20. Penentuan Rute Optimal Pada Jaringan Stokastik Untuk Memaksimumkan Reliabilitas Waktu Perjalanan, Oleh: Mila Kurniawaty, Dr. M. Isa Irawan, MT & Drs. Kamiran, M.Si..... SP.146
21. Estimasi Parameter Data Spatial Univariat Dengan Metode Maksimum Likelihood, Oleh: Sri Harini, Purhadi, Sony Sunaryo & Muhammad Mashuri..... SP.152
22. Klasifikasi Pohon Sebagai Metode Alternatif Bagi Regresi Logistik Dalam Pengklasifikasian Obyek, Oleh: Andhita Dessy Wulansari, Destri Susilaningrum & Susanti Linuwih..... SP.159
23. Mengatasi Overdispersion Pada Regresi Poisson Dengan Generalized Poisson Regression, Oleh: A'yunin Sofro, Ismaini Zain & Bambang W. Otok..... SP.167

24. Fixed Effect Model Pada Regresi Panel Dan Aplikasinya, Oleh: Alfira Mulya Astuti, Ismaini Zain,& Bambang W. Otok..... SP.173
25. Pemodelan Regresi Spline Untuk Data Longitudinal Dengan Penalized Likelihood, Oleh: Anna Islamiyati, I Nyoman B, Kartika Fitriasaki..... SP.180
26. Klasifikasi Objek Menggunakan Mahalanobis-Taguchi System Dan Analisis Regresi Ridge Logistik Ordinal: Suatu Studi Perbandingan, Oleh: Ali Wafa, Suhartono, & Dwi Atmono A.W..... SP.186
27. Pendekatan Multivariate Adaptive Regression Spline (MARS) Pada Indeks Prestasi Mahasiswa UNM, Oleh: Andi Haslinda, Bambang, Widjanarko Otok & Muhammad Sjahid Akbar..... SP.199
28. Menentukan Interval Konvidensi Dengan Metode Generalized Maximum Likelihood Pada Model Regresi Spline Melalui Pendekatan Bayesian, Oleh:Nurwiani..... SP.205
29. Model Alokasi Aset Portofolio Tak Normal, Oleh: Sukono, Subanar & Dedi Rosadi SP.214
30. Pengukuran VaR : Hubungannya Dengan ES dan ETL, Oleh: Sukono, Subanar & Dedi Rosadi..... SP.225

ANALISIS MASALAH GENERATOR DARI *POSSIBLE* DAN *UNIVERSAL EIGENVECTOR* PADA MATRIKS INTERVAL DALAM ALJABAR MAX-PLUS

¹Ratna Novitasari, ²Subiono

^{1,2}Jurusan Matematika FMIPA Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Jl. Arief Rahman Hakim, Kampus Keputih - Sukolilo, Surabaya 604444 – Jawa Timur

e-mail : ¹r4tn4nop@matematika.its.ac.id, ²subiono2003@telkom.net

Abstrak. Pada penelitian ini akan dibahas masalah *eigenvalue* dan *eigenvector* dari matriks interval dalam Aljabar Max-Plus. *Eigenvalue* dan *eigenvector* ini harus memenuhi matriks interval bawah dan atas. Dalam hal ini matriks interval tersebut dikatakan mempunyai *possible eigenvalue* dan *universal eigenvalue* serta *possible eigenvector* dan *universal eigenvector*. Kemudian akan ditentukan generator-generator dari himpunan semua *possible eigenvector* dan *universal eigenvector* dari suatu matriks interval. Juga akan ditentukan himpunan terbesar dari matriks interval jika diberikan suatu *possible eigenvector* dengan cara iterasi.

Keywords: Aljabar max-plus, *eigenvalue*, *eigenvector*, matriks interval

1. Pendahuluan

Pada beberapa permasalahan, matriks digunakan untuk memodelkan suatu sistem dan sistem tersebut diselesaikan sehingga didapatkan solusinya. Untuk mendapatkan penyelesaian analitis dari sistem ini adakalanya menemui kesulitan dan lebih mudah menggunakan komputasi. Tetapi nilai komputasi dari matriks tersebut tidak tepat seperti keadaan yang sebenarnya. Hal ini menyebabkan adanya interval nilai dari sebuah matriks dalam komputasi dibandingkan keadaan yang sebenarnya. Sebuah matriks yang mempunyai interval data seperti ini dinamakan matriks interval. Pentingnya masalah matriks interval ini telah diketahui dan dipelajari dalam Aljabar biasa dan dicari penyelesaiannya (Cechlarova, 2005).

Aljabar max-plus sering digunakan untuk memodelkan suatu permasalahan seperti transportasi, manufaktur, penjadwalan, sistem antrian, lalu lintas dan lain sebagainya. Seperti halnya pada aljabar biasa, untuk menyelesaikan model tersebut muncul permasalahan adanya interval nilai yang menyebabkan adanya matriks interval. Karena itu, diperlukan analisis mengenai matriks interval untuk mendapatkan penyelesaiannya.

Seperti matriks biasa, matriks interval juga mempunyai *eigenvalue* dan *eigenvector*. Namun, pada matriks interval adanya interval nilai menyebabkan matriks tersebut mempunyai batas bawah dan batas atas sehingga *eigenvalue* dan *eigenvector* yang dimiliki matriks interval tersebut lebih sulit didapatkan daripada matriks biasa. Hal ini disebabkan *eigenvalue* dan *eigenvector* tersebut harus memenuhi matriks pada batas bawah dan matriks pada batas atas. Sehingga matriks interval mempunyai *possible eigenvalue* dan *universal eigenvalue* serta *possible eigenvector* dan *universal eigenvector*. Jika suatu *eigenvalue* hanya memenuhi salah satu matriks saja dari matriks interval, maka *eigenvalue* tersebut dinamakan *possible eigenvalue*, begitu juga dengan *possible eigenvector*. Sedangkan suatu *eigenvalue* dan *eigenvector* bisa dikatakan sebagai *universal eigenvalue* dan *universal eigenvector* jika memenuhi semua matriks pada batas atas dan batas bawah. (Cechlarova, 2005).

Pada penelitian ini, akan dibahas mengenai *open problems* yang diberikan oleh Cechlarova (2005) yaitu menentukan generator-generator untuk himpunan semua *possible eigenvector* dari suatu matriks interval, langkah-langkah menentukan suatu matriks interval mempunyai *universal eigenvector* dan himpunan terbesar dalam suatu matriks interval apabila diberikan suatu *possible eigenvector*. Untuk menentukan nilai komputasi digunakan toolbox Aljabar Max-Plus dengan program Scilab-4.1.2.

2. Aljabar Max-Plus

Didefinisikan $\varepsilon \stackrel{\text{def}}{=} -\infty$ dan $e \stackrel{\text{def}}{=} 0$. Himpunan R_{maks} adalah himpunan $R \cup \{\varepsilon\}$, dimana R adalah himpunan bilangan riil.

Adapun definisi dari struktur Aljabar dari R_{maks} dijelaskan dalam definisi berikut ini:

Definisi 1. Struktur aljabar R_{maks} (Bacelli dkk., 1992)

Simbol R_{maks} menyatakan himpunan $R \cup \varepsilon$ dengan dua operasi biner yaitu maksimum yang dinotasikan \oplus dan penjumlahan yang dinotasikan \otimes . \square

Untuk setiap $a, b \in R_{\text{maks}}$, didefinisikan operasi \oplus dan \otimes adalah $a \oplus b \stackrel{\text{def}}{=} \max(a, b)$ dan $a \otimes b \stackrel{\text{def}}{=} a + b$. Sehingga untuk setiap $a \in R_{\text{maks}}$ dan ε , didapatkan $a \oplus \varepsilon = \varepsilon \oplus a = a$ dan $a \otimes \varepsilon = \varepsilon \otimes a = \varepsilon$. Himpunan R_{maks} dengan operasi \oplus dan \otimes disebut Aljabar Max-Plus dan dinyatakan $\mathcal{R} = (R_{\text{maks}}, \oplus, \otimes, \varepsilon, e)$.

Himpunan matriks di dalam Aljabar Max-Plus dinyatakan dengan $R_{\text{maks}}^{n \times m}$. Didefinisikan $\underline{n} \stackrel{\text{def}}{=} \{1, 2, \dots, n\}$.

Elemen dari matriks $A \in R_{\text{maks}}^{n \times m}$ pada baris ke i dan kolom ke j dinyatakan dengan a_{ij} , untuk $i \in \underline{n}$ dan

$j \in \underline{m}$. Matriks A sebagaimana biasa dapat ditulis dengan $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{pmatrix}$. Operasi

penjumlahan matriks $A, B \in R_{\text{maks}}^{n \times m}$, dinotasikan dengan $A \oplus B$, didefinisikan

$[A \oplus B]_{ij} = a_{ij} \oplus b_{ij} = \max(a_{ij}, b_{ij})$. Adapun operasi perkalian $A \in R_{\text{maks}}^{n \times m}$ dengan skalar $\alpha \in R_{\text{maks}}$,

didefinisikan oleh $\alpha \otimes A = [\alpha \otimes A]_{ij} = \alpha \otimes a_{ij}$. Sedangkan operasi perkalian matriks $A \in R_{\text{maks}}^{n \times l}$ dan

$B \in R_{\text{maks}}^{l \times m}$, didefinisikan sebagai $A \otimes B = \bigoplus_{j=1}^l a_{ij} \otimes b_{jk} = \max_{j \in \underline{l}} \{a_{ij} + b_{jk}\}$, dimana $i \in \underline{n}$ dan $k \in \underline{m}$.

Suatu graph dapat diubah menjadi bentuk matriks dan sebaliknya, dimana elemen-elemen dari matriks tersebut merupakan bobot dari *arc* pada graph yang didefinisikan sebagai berikut:

Definisi 2. Precedence Graph (Bacelli dkk., 1992)

Precedence graph dari matriks bujur sangkar A dengan elemennya a_{ij} adalah sebuah graph berarah berbobot dengan node n dan sebuah *arc* (j, i) jika $a_{ij} \neq \varepsilon$, dimana bobot pada *arc* ini adalah nilai dari a_{ij} .

Precedence graph dinotasikan $\mathcal{Q}(A)$. \square

Dalam sebuah graph terdiri dari beberapa *node* yang saling berhubungan yang disebut *path*. Jika sebuah *path* mempunyai *node* awal sama dengan *node* akhir, maka *path* tersebut dinamakan *circuit*. Sebuah *circuit* p di $\mathcal{Q}(A)$ disebut *critical* jika mempunyai bobot rata-rata maksimum. *Critical graph* A dinotasikan dengan $\mathcal{G}^c(A)$ yaitu graph yang terdiri dari semua *node* dan *arc* yang menjadi anggota *critical circuit* di $\mathcal{Q}(A)$. Semua *node* yang menjadi anggota $\mathcal{G}^c(A)$ disebut *critical node*.

Adapun definisi *eigenvalue* dan *eigenvector* dalam Aljabar Max-Plus diberikan sebagai berikut:

Definisi 3. (Heidergott dkk., 2006)

Misalkan $A \in R_{\text{maks}}^{n \times n}$ adalah matriks bujur sangkar. Jika λ adalah sebuah skalar dan $v \in R_{\text{maks}}^n$ adalah sebuah vektor yang memuat minimal satu elemen yang berhingga sehingga memenuhi $A \otimes v = \lambda \otimes v$, maka λ disebut *eigenvalue* dari matriks A dan v adalah *eigenvector* dari matriks A yang bersesuaian dengan *eigenvalue* λ . \square

Untuk mendapatkan *eigenvalue* dan *eigenvector* dari suatu matriks dalam Aljabar Max-Plus digunakan algoritma maxalgot (Subiono, 2007).

3. Matriks Interval

Matriks interval adalah himpunan semua matriks yang mempunyai interval nilai dan ditulis dalam bentuk $\mathbf{A} = \langle \underline{A}, \bar{A} \rangle$, dimana $\underline{A}, \bar{A} \in \mathbb{R}_{\text{maks}}^{n \times n}$ dan $\underline{A} \leq \bar{A}$. Matriks interval seperti dalam matriks biasa juga mempunyai *eigenvalue* dan *eigenvector*.

Diberikan definisi mengenai *eigenvalue* pada matriks interval adalah sebagai berikut:

Definisi 4. Possible Eigenvalue dan Universal Eigenvalue (Cechlarova, 2005)

Suatu bilangan riil λ adalah sebuah *possible eigenvalue* dari sebuah matriks interval \mathbf{A} jika λ merupakan *eigenvalue* dari minimal satu matriks $A \in \mathbf{A}$. Suatu bilangan riil λ adalah sebuah *universal eigenvalue* dari sebuah matriks interval \mathbf{A} jika λ merupakan *eigenvalue* dari tiap matriks $A \in \mathbf{A}$. \square

Sedangkan pengertian *eigenvector* pada matriks interval didefinisikan sebagai berikut:

Definisi 5. Possible Eigenvector dan Universal Eigenvector (Cechlarova, 2005)

Suatu vektor $\mathbf{x} \in \mathbb{R}_{\text{maks}}^n$ adalah sebuah *possible eigenvector* dari sebuah matriks interval \mathbf{A} jika ada $A \in \mathbf{A}$ sehingga $A \otimes \mathbf{x} = \lambda(A) \otimes \mathbf{x}$. Suatu vektor $\mathbf{x} \in \mathbb{R}_{\text{maks}}^n$ adalah sebuah *universal eigenvector* dari sebuah matriks interval \mathbf{A} jika $A \otimes \mathbf{x} = \lambda(A) \otimes \mathbf{x}$ untuk setiap matriks $A \in \mathbf{A}$. \square

Contoh 1.

Diberikan matriks interval $\mathbf{A} = \left(\begin{array}{ccc} \langle 3,8 \rangle & \langle 2,4 \rangle & \langle 6,9 \rangle \\ \langle 4,6 \rangle & \langle 3,5 \rangle & -\infty \\ \langle -\infty,5 \rangle & \langle 2,8 \rangle & \langle 3,7 \rangle \end{array} \right)$. Dengan menggunakan algoritma maxalgol,

matriks \underline{A} mempunyai *eigenvalue* $\lambda(\underline{A})=4$ dan matriks \bar{A} mempunyai *eigenvalue* $\lambda(\bar{A})=8$. Karena $\lambda(\underline{A}) \neq \lambda(\bar{A})$, berarti matriks interval \mathbf{A} tidak mempunyai *universal eigenvalue* hanya mempunyai *possible eigenvalue* yaitu $4 \leq \lambda \leq 8$.

Jika di ambil suatu vektor $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, maka diperoleh $\underline{A} \otimes \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 9 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$ dengan nilai $\lambda = \max_i (\underline{A} \otimes \mathbf{x} - \mathbf{x})_i = 8$.

Selanjutnya didapatkan nilai dari $A^* \otimes \mathbf{x} = \lambda \otimes \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 9 \\ 10 \\ 11 \end{pmatrix}$ dan $\bar{A} \otimes \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 12 \\ 7 \\ 10 \end{pmatrix}$. Terlihat bahwa pada

baris kedua dan ketiga, nilai $A^* \otimes \mathbf{x} > \bar{A} \otimes \mathbf{x}$ padahal seharusnya $\underline{A} \otimes \mathbf{x} \leq A^* \otimes \mathbf{x} \leq \bar{A} \otimes \mathbf{x}$. Jadi, $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

bukan merupakan *possible eigenvector* untuk matriks interval \mathbf{A} .

Jika di ambil suatu vektor $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$, maka $\underline{A} \otimes \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix}$ dengan nilai $\lambda = \max_i (\underline{A} \otimes \mathbf{x} - \mathbf{x})_i = 4$.

Selanjutnya didapatkan nilai dari $A^* \otimes \mathbf{x} = \lambda \otimes \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix}$ dan $\bar{A} \otimes \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 10 \\ 8 \\ 10 \end{pmatrix}$. Terlihat bahwa pada setiap

baris memenuhi $\underline{A} \otimes \mathbf{x} \leq A^* \otimes \mathbf{x} \leq \bar{A} \otimes \mathbf{x}$. Adapun nilai dari A^* diberikan oleh $a_{ij}^* = \min \{ \bar{a}_{ij}, \lambda(\mathbf{x}) + x_i - x_j \}$.

sehingga didapatkan $A^* = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 6 \\ 4 & 4 & -\infty \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$. Karena $\underline{A} \leq A^* \leq \bar{A}$ dan $A^* \otimes \mathbf{x} = 4 \otimes \mathbf{x}$, maka $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ adalah

possible eigenvector untuk matriks interval \mathbf{A} dengan $\lambda=4$. \blacklozenge

Contoh 2.

Diberikan matriks interval $\mathbf{A}=\{A(c);c\in\langle-4,-3\rangle\}$, dimana $A(c)=\begin{pmatrix} -\infty & c & -\infty \\ -\infty & -\infty & 1 \\ -\infty & -1 & -\infty \end{pmatrix}$. Dengan

menggunakan algoritma maxalgol, didapatkan *eigenvalue* dari $\underline{A(c)}$ dan $\overline{A(c)}$ adalah sama dengan nol. Jadi, matriks A mempunyai *universal eigenvalue* $\lambda(A(c))=0$ untuk semua $c\in\langle-4,-3\rangle$. Dan *eigenvector*

dari $A(c)$ adalah $\begin{pmatrix} c \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$. Dimana *eigenvector* dari matriks $\underline{A(c)}$ adalah $\begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ sedangkan *eigenvector* dari

matriks $\overline{A(c)}$ adalah $\begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$. Jadi, matriks interval $A(c)$ tidak mempunyai *universal eigenvector*.

Diberikan matriks interval $\mathbf{B}=\{B(c);c\in\langle-4,-3\rangle\}$, dimana $A(c)=\begin{pmatrix} -\infty & c & 0 \\ -\infty & -\infty & 1 \\ -\infty & -1 & -\infty \end{pmatrix}$ dengan matriks

interval bawah $\underline{A(c)}=\begin{pmatrix} -\infty & -4 & 0 \\ -\infty & -\infty & 1 \\ -\infty & -1 & -\infty \end{pmatrix}$ dan matriks interval atas $\overline{A(c)}=\begin{pmatrix} -\infty & -3 & 0 \\ -\infty & -\infty & 1 \\ -\infty & -1 & -\infty \end{pmatrix}$. Didapatkan

eigenvalue dari $\underline{B(c)}$ dan $\overline{B(c)}$ adalah sama dengan nol. Jadi, matriks B mempunyai *universal*

eigenvalue $\lambda(B(c))=0$ untuk semua $c\in\langle-4,-3\rangle$. Sedangkan *eigenvector* dari $B(c)$ adalah $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Dimana *eigenvector* dari matriks $\underline{A(c)}$ dan *eigenvector* dari matriks $\overline{A(c)}$ adalah $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$. Jadi, matriks

interval $B(c)$ mempunyai *universal eigenvector*.

4. Generator Dari Possible Eigenvector dan Universal Eigenvector

Dalam menentukan suatu vektor merupakan *possible eigenvector* atau bukan dan jika merupakan *possible eigenvector* kemudian ditentukan matriks yang bersesuaian, diberikan dalam algoritma berikut:

Algoritma 1.

input : matriks interval $\mathbf{A} = \langle \underline{A}, \overline{A} \rangle$ dan vektor x

output : x *possible eigenvector* dan matriks A^* atau x bukan *possible eigenvector*

$\lambda = \text{maks}(\underline{A} \otimes x - x)$

if $\underline{A} \otimes x \leq \lambda \otimes x \leq \overline{A} \otimes x$

x adalah *possible eigenvector*

$a_{ij}^* = \min\{\overline{a}_{ij}, \lambda + x_i - x_j\}$

else

x bukan *possible eigenvector*

end

Dengan menggunakan Algoritma 4.1. di atas, dilakukan beberapa pengujian kemungkinan generator dari *possible eigenvector* sebagai berikut:

Contoh 3.

Matriks interval yang diberikan pada Contoh 1.

a. *Eigenvector* dari matriks \underline{A} .

Jika di ambil *eigenvector* dari \underline{A} , yaitu $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$, maka $\underline{A} \otimes \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix}$ dengan $\lambda = 4$. Didapatkan

$A^* \otimes \mathbf{x} = \lambda \otimes x = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix}$ dan $\bar{A} \otimes \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 10 \\ 8 \\ 10 \end{pmatrix}$. Karena memenuhi $\underline{A} \otimes x \leq A^* \otimes x \leq \bar{A} \otimes x$ maka $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

adalah *possible eigenvector* untuk matriks interval \mathbf{A} dengan *possible eigenvalue* $\lambda = 4$ dan

$$A^* = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 6 \\ 4 & 4 & -\infty \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

b. *Eigenvector* dari matriks \bar{A} .

Jika di ambil *eigenvector* dari \bar{A} , yaitu $x = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}$, maka $\underline{A} \otimes \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ dengan $\lambda = 6$. Didapatkan

$A^* \otimes \mathbf{x} = \lambda \otimes x = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$ dan $\bar{A} \otimes \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix}$. Karena memenuhi $\underline{A} \otimes x \leq A^* \otimes x \leq \bar{A} \otimes x$, maka $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}$

adalah *possible eigenvector* untuk matriks interval \mathbf{A} dengan *possible eigenvalue* $\lambda = 6$ dan

$$A^* = \begin{pmatrix} 6 & 4 & 8 \\ 4 & 5 & -\infty \\ 4 & 6 & 6 \end{pmatrix}.$$

c. Rata-rata dari *eigenvector* matriks \underline{A} dan *eigenvector* matriks \bar{A} .

Jika di ambil nilai rata-rata dari *eigenvector* \underline{A} dan *eigenvector* \bar{A} sehingga didapatkan $x = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$, maka

$\underline{A} \otimes \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ dengan $\lambda = 5$. Maka diperoleh $A^* \otimes \mathbf{x} = \lambda \otimes x = \begin{pmatrix} 8 \\ 7 \\ 6 \end{pmatrix}$ dan $\bar{A} \otimes \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 9 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix}$. Karena memenuhi

$\underline{A} \otimes x \leq A^* \otimes x \leq \bar{A} \otimes x$, maka $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ adalah *possible eigenvector* untuk matriks interval \mathbf{A} dengan

possible eigenvalue $\lambda = 5$ dan $A^* = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 7 \\ 4 & 5 & -\infty \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$.

d. Maksimum rata-rata dari matriks interval \mathbf{A} .

Jika di ambil rata-rata dari matriks interval \mathbf{A} , maka didapatkan matriks baru yaitu $\begin{pmatrix} 4 & 3 & 7.5 \\ 5 & 4 & -\infty \\ -\infty & 5 & 5 \end{pmatrix}$.

Kemudian tiap baris di ambil nilai maksimumnya maka didapatkan $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 7.5 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix}$. Akibatnya diperoleh

$\underline{\mathbf{A}} \otimes \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 11 \\ 11.5 \\ 8 \end{pmatrix}$ dengan $\lambda = 6.5$ dan $\mathbf{A}^* \otimes \mathbf{x} = \lambda \otimes x = \begin{pmatrix} 14 \\ 11.5 \\ 11.5 \end{pmatrix}$ serta $\overline{\mathbf{A}} \otimes \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 15.5 \\ 13.5 \\ 13 \end{pmatrix}$. Karena memenuhi

$\underline{\mathbf{A}} \otimes x \leq \mathbf{A}^* \otimes x \leq \overline{\mathbf{A}} \otimes x$, maka $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 7.5 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix}$ adalah *possible eigenvector* untuk matriks interval \mathbf{A} dengan

possible eigenvalue $\lambda = 6.5$ dan $\mathbf{A}^* = \begin{pmatrix} 6.5 & 6 & 9 \\ 4 & 5 & -\infty \\ 4 & 6.5 & 6.5 \end{pmatrix}$. •

Universal Eigenvector dapat diperoleh berdasarkan pada teorema berikut ini.

Teorema 6. (Cechlarova, 2005)

Misalkan sebuah matriks interval \mathbf{A} dengan *universal eigenvalue* $\lambda(\mathbf{A}) = 0$ sehingga $\mathcal{G}(\underline{\mathbf{A}})$ mempunyai hanya satu komponen yang *strongly connected* dan misalkan \mathbf{u} adalah sebuah *fundamental eigenvector* dari matriks $\underline{\mathbf{A}}$. Maka \mathbf{A} mempunyai *universal eigenvector* jika dan hanya jika \mathbf{u} adalah sebuah *eigenvector* dari matriks $\underline{\mathbf{A}}$. ▽

Contoh 4.

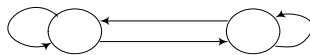
Diberikan matriks interval $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \langle 1,4 \rangle & \langle 2,4 \rangle \\ \langle 3,5 \rangle & \langle 4,6 \rangle \end{pmatrix}$. Kemudian dibentuk matriks interval $\mathbf{B} = \mathbf{A} - \lambda \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Matriks interval bawah $\underline{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ mempunyai *eigenvalue* $\lambda = 4$ dan *eigenvector* $v = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$. Sedangkan

matriks interval atas $\overline{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ mempunyai *eigenvalue* $\lambda = 6$ dan *eigenvector* $v = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}$. Maka

didapatkan matriks interval bawah $\underline{\mathbf{B}} = \underline{\mathbf{A}} - \lambda \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ yang mempunyai $\lambda = 0$ dan

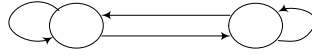
eigenvector $v = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix}$. Dengan graph sebagai berikut:



Gambar 4.1. Graph dari matriks interval bawah $\underline{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

Terlihat pada Gambar 4.1 bahwa $\mathcal{G}(\underline{\mathbf{A}})$ mempunyai hanya satu komponen yang *strongly connected* yaitu $2 \rightarrow 2$ dengan bobot sama dengan nol.

Demikian juga dengan matriks interval atas $\bar{B} = \bar{A} - \bar{\lambda} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ mempunyai *eigenvalue* $\lambda=0$ dan *eigenvector* $v = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix}$.



Gambar 4.2. Graph dari matriks interval atas $\bar{B} = \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

Terlihat pada Gambar 4.2 bahwa $\mathcal{G}(\bar{A})$ mempunyai hanya satu komponen yang *strongly connected* yaitu $2 \rightarrow 2$ dengan bobot sama dengan nol.

Maka, matriks interval **B** mempunyai *universal eigenvalue* $\lambda=0$ dan *universal eigenvector* $v = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Contoh 5.

Dari matriks interval pada Contoh 3.1. kemudian dibentuk matriks interval $\mathbf{B} = \mathbf{A} - \lambda \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. Maka

didapatkan matriks interval bawah $\underline{B} = \underline{A} - \lambda \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 2 \\ 0 & -1 & -\infty \\ -\infty & -2 & -1 \end{pmatrix}$ mempunyai *eigenvalue*

$\lambda=0$ dan *eigenvector* $v = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$. Sedangkan matriks interval atas $\bar{B} = \bar{A} - \bar{\lambda} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -4 & 1 \\ -2 & -3 & -\infty \\ -3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

mempunyai *eigenvalue* $\lambda=0$ dan *eigenvector* $v = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Meskipun berasal dari sebuah matriks interval, namun setelah masing-masing elemen dikurangi *eigenvalue* masing-masing ternyata matriks tersebut bukan merupakan matriks interval lagi. Sebab ada beberapa elemen dari matriks interval bawah yang nilainya lebih besar dari matriks interval atas, yaitu $\underline{a}_{12} = -2 > -4 = \bar{a}_{12}$, $\underline{a}_{13} = 2 > 1 = \bar{a}_{13}$, $\underline{a}_{21} = 0 > -2 = \bar{a}_{21}$ dan $\underline{a}_{22} = -1 > -3 = \bar{a}_{22}$. Akibatnya *eigenvector* dari \underline{B} tidak sama dengan *eigenvector* \bar{B} .

5. Himpunan Terbesar Dari Matriks Interval Jika Diberikan Suatu Possible Eigenvector

Untuk mendapatkan himpunan terbesar di suatu matriks interval apabila diberikan suatu *possible eigenvector* akan dilakukan dengan cara iterasi. Matriks A^* pasti terletak di antara matriks \underline{A} dan \bar{A} . Kemudian matriks \underline{A} digantikan oleh matriks A^* dan seterusnya hingga nilai dari matriks \underline{A} semakin naik hingga mencapai nilai terbesarnya dan berhenti.

Contoh 6.

Matriks interval diberikan pada Contoh 4.1. Dari keempat macam A^* yang telah didapatkan, diambil A^* dengan nilai terbesar, yaitu jika diberikan vektor yang merupakan *eigenvector* dari \bar{A} , yaitu

$A^* = \begin{pmatrix} 6 & 4 & 8 \\ 4 & 5 & -\infty \\ 4 & 6 & 6 \end{pmatrix}$. Dengan menggunakan algoritma maxalgol, didapatkan matriks A^* mempunyai $\lambda=6$

dan $v = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$. Kemudian di ambil A^* sebagai \underline{A}^1 , sehingga matriks interval berubah menjadi

$\begin{pmatrix} \langle 6,8 \rangle & 4 & \langle 8,9 \rangle \\ \langle 4,6 \rangle & 5 & -\infty \\ \langle 4,5 \rangle & \langle 6,8 \rangle & \langle 6,7 \rangle \end{pmatrix}$. Jika diberikan x adalah *eigenvector* dari \underline{A}^1 yaitu $x = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, maka didapatkan

$A_1^{2*} = \begin{pmatrix} 6 & 4 & 8 \\ 4 & 5 & -\infty \\ 4 & 6 & 6 \end{pmatrix}$ yang sama dengan $A^* = \underline{A}^1$. Jika diberikan x adalah *eigenvector* dari \bar{A} yaitu

$x = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, maka didapatkan $A_2^{2*} = \begin{pmatrix} 6 & 4 & 8 \\ 4 & 5 & -\infty \\ 4 & 6 & 6 \end{pmatrix}$. Jika diberikan x adalah nilai maksimum dari rata-rata

matriks interval, yaitu $x = \begin{pmatrix} 8.5 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}$, maka didapatkan bahwa x bukan merupakan possible eigenvector.

Jadi, himpunan terbesar dari matriks interval \mathbf{A} jika diberikan keempat macam *possible eigenvector*

kemudian di ambil nilai A^* yang terbesar dan dilakukan secara iterasi adalah $\begin{pmatrix} 6 & 4 & 8 \\ 4 & 5 & -\infty \\ 4 & 6 & 6 \end{pmatrix}$. •

6. Kesimpulan

1. Generator dari *Possible eigenvector* dari matriks interval \mathbf{A} adalah *eigenvector* \underline{A} , *eigenvector* \bar{A} , rata-rata *eigenvector* \underline{A} dan \bar{A} serta dari nilai maksimum tiap baris matriks rata-rata. Hal ini berlaku juga untuk masing-masing kelipatannya dengan memberikan hasil A^* yang sama.
2. Himpunan terbesar suatu matriks interval \mathbf{A} apabila diberikan suatu *possible eigenvector* didapatkan dengan cara iterasi. Matriks A^* pasti terletak di antara matriks \underline{A} dan \bar{A} . Kemudian matriks \underline{A} digantikan oleh matriks A^* dan seterusnya hingga nilai dari matriks \underline{A} semakin naik hingga mencapai nilai terbesarnya dan berhenti.

7. Daftar Pustaka

Bacelli, F., Cohen, G., Olsder, G.J. dan Quadrat, J.P. (1992), *Synchronization and Linearity An Algebra for Discrete Event Systems*, John Wiley & Sons, New York.

Cechlarova, K. (2005), "Eigenvectors of Interval Matrices over Max-Plus Algebra", *Journal of Discrete Applied Mathematics*, vol. 150, hal. 2–15.

Heidergott, B., Olsder, G.J. dan Woude, J. van der (2006), *Max Plus at Work, Modeling and Analysis of Synchronized Systems: A Course on Max-Plus Algebra and Its Applications*, Princeton University Press, New Jersey.

Subiono, Woude, J. van der (2000), "Power Algorithm for (max, +) and Bipartite (min, max, +) Systems", *Journal of Discrete Event Dynamic Systems*, vol. 10, hal. 369-389.

Subiono (2007), *Max-plus Algebra Toolbox*, ver. 1.0, Jurusan Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.